**Лекція 13. Представлення чисел в комп’ютері**

В більшості сучасних комп’ютерів цілі числа займають ціле число байтів або слів (2 байта для INTEL 8086). Основою є двійкова система числення. Так число 154(10) = 11111110(2).

Значні труднощі завжди викликає кодування від’ємних чисел. Найбільш популярні тепер три способи кодування.

1 спосіб - представлення від’ємних цілих чисел в вигляді знак-модуль. Від’ємні та додатні числа представляються однаково, за виключенням лівого знакового розряду.

Якщо 1, то число від’ємне, якщо 0, то додатне.

-00011101

10011101 ПК

Недоліком є складність процедури додавання чисел з різними знаками.

2 спосіб - представлення чисел за допомогою оберненого коду.

Число доповнюємо нулями до машинного слова (1байт – це INTEL 8080) і інвертуємо.

10011101 ПК

11100010 ОК

Перевагою такого кодування є простота отримання оберненого коду та можливість не враховувати знаки при додаванні та відніманні.

Недоліки: утворюються два різних представлення нуля, нееквівалентних по запису; необхідний циклічний перенос при додаванні для отримання вірного результату.

3 спосіб - це доповнений код або двійкове доповнення.

Для від’ємного числа доповнений код отримуємо шляхом інвертування значущих розрядів числа, після чого до молодшого розряду числа додається одиниця.

-00011101

10011101 ПК

11100010 ОК

11100011 ДК

Специфіка доповненого коду є в тому, що так як і в десятковій системі, тут можна брати доповнення будь-якого від’ємного числа до основи системи:

(10) 5 + (-2) = 3 (2) 5 = 0000 0101(2) -2 = 1000 0010(2) ПК

10 5 0000 0101 1111 1101 ОК

- 2 +8 +1111 1110 1111 1110 ОК

8 13 10000 0011(2) = 3(10)

Представлення чисел в вигляді доповненого коду має такі переваги:

* додавання та віднімання виконуються просто;

- тут одне представлення нуля.

Для виявлення переповнення розрядної сітки використовують модифікований доповнений код, де для знаку відводять два старші розряди.

00000001 110000001 МПК

111111110 МОК

111111111 МДК

Числа, що мають цілу і дробову частину можуть бути представлені в комп’ютері в формі з фіксованою комою, при цьому дробова та ціла частини можуть займати визначене число байтів.

Ціла частина Дробова частина

Знак 2n-1  2n-2 20  2-1 2-(n-1) 2-n

Рис.13.1

На рис.13.1 показано приклад формату для представлення двійкових чисел з фіксованою комою. Для коду знаку відокремлюється знаковий розряд - крайній зліва. В знаковому розряді 1 відповідає мінусу, а 0 - плюсу.

Крім способу представлення чисел з фіксованою комою широкого розповсюдження отримав другий спосіб - представлення чисел з плаваючою комою(крапкою). При цьому число записується в вигляді

X = +/- M q +/- p,

де М - мантиса числа; q - основа системи числення і р - порядок числа.

Знак Знак

порядку Модуль порядку мантиси Модуль мантиси

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 p | 2p-1 | ... | 20 | 2-1 | 2-2 | ... | 2-n |

Рис. 13.2

На рис. 13.2 показано приклад формату для представлення чисел з плаваючою комою.

**Двійкова арифметика**

Правила арифметики у всіх позиційних системах аналогічні.

Головною операцією, яка використовується в комп’ютері при виконанні різних арифметичних дій є операція алгебраїчного додавання чисел.

Додавання двох чисел в двійковій системі відліку виконується на основі таблиці двійкового додавання:

0+0=0

1+0=1

0+1=1

1+1=10 - перенос в сусідній старший розряд

Наприклад : 10110100

+01101000

100011100

Віднімання двох чисел виконується на основі таблиці двійкового віднімання:

0-0=0

1-0=1

1-1=0

10-1=1позика із сусіднього старшого розряду

Наприклад : 11101010

-01100100

10000110

Але в комп’ютері операція віднімання з використанням позики практично не застосовується.

Як же в цьому випадку відбувається віднімання? А дуже просто.

Від’ємне число представляють в оберненому, доповненому або в модифікованому коді і операцію віднімання замінюють на операцію додавання.

Приклад 1

0000 1010 =А(16) -6(16)=1000 0110 ПК

1111 1001 ОК

0000 1010 ПК 10

+1111 1001 ОК -6

1 0000 0011 4

+1

0000 0100 ПК

Приклад 2

1000 1010 = -А(16) ПК 6(16)=0000 0110

1111 0101 ОК

1111 0110 ОК -10

+0000 0110 ПК +6

1111 1011 ОК -4

1000 0100 ПК

Приклад 3

0000 1010 =А(16) -6(16)=1000 0110 ПК

1111 1001 ОК

1111 1010 ДК

0000 1010 ПК 10

+1111 1010 ДК -6

1 0000 0100 ПК 4

відкидається

Приклад 4

1000 1010 = -А(16) ПК 6(16)=0000 0110

1111 0101 ОК

1111 0110 ДК

1111 0110 ОК -10

+0000 0110 ПК 6

1111 1011 ОК -4

1000 0100 ПК

Множення двійкових багаторозрядних чисел включає в себе операції - визначення знаку добутку та визначення його абсолютної величини. Знаковий розряд отримують додаванням цифр знакових розрядів співмножників без формування переносу.

0+0=0

0+1=1

1+0=1

1+1=0 без формування переносу

Абсолютна величина значення добутку визначається шляхом множення чисел без врахування їх знаків на основі таблиці двійкового множення :

0\*0=0

1\*0=0

0\*1=0

1\*1=1

Особливість множення двійкових чисел полягає в тому, що частковий добуток може бути або зсунутим на відповідне число розрядів, якщо відповідна цифра множника дорівнює 1, або нулем, якщо відповідна цифра множника дорівнює 0.

Приклад множення цілих чисел:

0 000 1101\*0 000 0101

1101 множене

\* 101 множник (ручне множення)

1101 1-й частковий добуток

+ 0000 2-й частковий добуток

1101 3-й частковий добуток

1000001 добуток

В комп’ютері для цілих чисел з фіксованою комою множення починають з старшого розряду і зсув здійснюють вліво.

1101

\* 101 (машинне множення)

1101 3-й частковий добуток

🡨11010 зсув на один розряд вліво

0000 2-й частковий добуток

11010

🡨110100 зсув на один розряд вліво

1101 1-й частковий добуток

100001 добуток

Для дробових чисел з фіксованою комою множення зручніше починати з молодшого розряду, а зсув робити вправо.

0,1101 Дробова частина

\* 0,101 (машинне множення)

0,1101 1-й частковий добуток

0,01101🡪 зсув на один розряд вправо

0,0000 2-й частковий добуток

0,01101

0,001101🡪 зсув на один розряд вправо

0,1101 3-й частковий добуток

1,000001

0,1000001 🡪 добуток

Якщо множене, чи множник, або обоє разом мають цілу та дробову частини, то кома в числах не враховується, вони множаться як два цілих числа. Від отриманого результату з правої сторони відділяють комою m + n розрядів, де m - число дробових розрядів множеного, а n - число дробових розрядів множника.

Ділення двійкових багаторозрядних чисел включає в себе дві операції:

1. визначення знаку,
2. визначення абсолютної величини.

ділене / дільник = частка

Знаковий розряд під час ділення визначають так, як і під час множення.

В комп’ютері при виконанні операції ділення, так як і при виконанні операції алгебраїчного додавання використовують доповнений та модифікований коди.

Для прискорення ділення використовують метод без відновлення залишку. При цьому методі можуть бути як додатні, так і від’ємні залишки при відніманні дільника. Якщо черговий залишок додатній, то в частку пишуть 1, а на наступному циклі роботи дільник віднімається із зсунутого на один розряд вліво залишку. Якщо черговий залишок від’ємний, то в частку пишуть 0, а на наступному циклі роботи дільник додається до зсунутого на один розряд вліво залишку.

**Примітка:** Метод використовується для дробових чисел, причому A<B, при A/B.

Приклад.

A=0,10011 B=0,11001 ПК -В 11,11001

МДК А 00,10011МДК В 00,11001 ОК -В 11,00110

МДК-В 11,00111 ДК -В 11,00111

00,10011 00,11001

+ 11,00111 0,110

11,11010

🡨11,10100 зсув вліво

+ 00,11001

00,01101

🡨00,11010 зсув вліво

+ 11,00111

00,00001

🡨00,00010 зсув вліво

+ 11,00111

11,01001

**Арифметичні дії над числами з плаваючою комою**

**Додавання:** 1. Порядки доданків вирівнюють (порядок меншого числа приводять до порядку більшого, а мантису меншого числа зміщують вправо на відповідне число розрядів)

2. Мантиси додають

3. При необхідності результат нормалізують. Порядок суми дорівнює порядку більшого доданку + (можливо) 1, якщо відбувалась нормалізація

Приклад:

0,101\*1011  + 0,11\*1010 = (0,101 + 0,011) \* 1011  = 1\*1011 = 0,1\*10100

0,101 робимо нормалізацію, так як мантиса >= 1.

+0,011

1,000

**Множення:** 1. Порядки додаються

2. Мантиси перемножуються

3. При необхідності результат нормалізується

Приклад:

0,101\*1011 **\*** 0,11\*1010=0,01111\*10101

0,101

\* 0,11

0,101 🡪

0,0101

+ 0,101

0,1111 🡪

0,01111

**Віднімання:** 1. Як й при додаванні порядки чисел вирівнюються

2. Мантиси віднімають (операцію віднімання заміняють операцією додавання, але при цьому мантиса другого числа береться в оберненому або доповненому коді)

3. При необхідності результат нормалізують

Приклад:

0,101\*1011 - 0,11\*1010=(0,101 - 0,011)\*1011=0,01\*1011

0,101 ПК 1,011 ПК

+1,101 ДК 1,100 ОК

10,010 ПК 1,101 ДК

**Ділення:** 1. Порядки віднімаються

2. Мантиси діляться

3. При необхідності результат нормалізується

Приклад:

0,0101\*10100/0,1010\*10101=(0,0101/0,1010)\*10-001=0,1011\*10-001

00,0101 00,1010 11,1010 МПК 4 - 5 = -1

11,0110 0,1011 11,0101 МОК 0000 0100 ПК 1000 0101 ПК

11,1011 11,0110 МДК +1111 1011 ДК 1111 1010 ОК

11,0110 1111 1111 ДК 1111 1011 ДК

00,1010 1000 0000 ОК

00,0000 +1

00,0000 1000 0001 ПК

11,0110

11,0110

11,1100

00,1010

00,0110

00,1100

11,0110

00,0010